

Feuille d'exercices 12

crible d'Erathostène

Exercice 12.1 prix des billets d'autocar

Dans cet exercice, on veut gérer une ligne de car qui relie Vierzon à Orléans en passant par Salbris, Nouans, Lamotte-Beuvron et La Ferté Saint-Aubin. Chaque tronçon du trajet a un certain prix et le prix d'un billet est la somme des prix des tronçons qu'il comporte. La ligne fonctionne dans les deux sens, le prix est identique dans les deux sens. Dans cet exercice, on ne veut utiliser que des tableaux, pas d'enregistrement.

On va stocker dans un tableau les noms des villes, en les mettant dans l'ordre dans lequel elles sont desservies (l'ordre donné ci-dessus). Dans un autre tableau, on va stocker les prix des différents tronçons.

Ces prix sont les suivants :

départ	arrivée	prix
Vierzon	Salbris	3.20
Salbris	Nouans	1.80
Nouans	Lamotte-Beuvron	2.30
Lamotte-Beuvron	La Ferté Saint-Aubin	4.20
La Ferté Saint-Aubin	Orléans	5.00

Avant de commencer à programmer, dessinez les deux tableaux sur papier et réfléchissez aux algorithmes permettant de répondre aux différentes questions.

Question 12.1.1

1. **écrivez** une méthode permettant de retrouver l'indice d'une ville dont on donne le nom en paramètre (c'est à dire sa position dans le premier tableau).
2. **écrivez** une méthode qui calcule le prix d'un trajet étant donnés les noms des villes de départ et d'arrivée.

Question 12.1.2

On veut instaurer des tarifs dégressifs selon le nombre de tronçons parcourus : le premier tronçon est payé à plein tarif, le second avec 10% de réduction, le second avec 20%, etc. **Ecrivez** une méthode qui réalise le calcul du prix d'un trajet selon ce principe.

Question 12.1.3

On veut généraliser le système pour un ensemble de lignes de bus : que faut-il changer dans le programme ? Vous écrirez un programme avec deux lignes de bus et un seul programme qui calcule les prix des trajets. Les billets sont pour un trajet sur une ligne donnée, on ne fait pas de billet avec correspondance.

Exercice 12.2 crible d'Erathostène

La méthode d'Erathostène pour calculer les nombres premiers inférieurs à un certain nombre n donné. **Rappel** : un nombre est premier s'il n'est divisible que par 1 et par lui-même.

Le principe du crible consiste à considérer un tableau de tous les nombres compris entre 2 et n et à rayer successivement tous les multiples de nombres premiers successifs.

Prenons comme exemple $n=15$.

Le tableau est le suivant.

	2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14		15	
--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

On commence par rayer tous les multiples de 2 dans le tableau. Cela donne :

	2		3		4/		5		6/		7		8/		9		10/		11		12/		13		14/		15	
--	---	--	---	--	----	--	---	--	----	--	---	--	----	--	---	--	-----	--	----	--	-----	--	----	--	-----	--	----	--

On cherche ensuite le prochain nombre non barré dans le tableau. C'est 3. On raye tous les multiples de 3. Cela donne :

	2		3		4/		5		6/		7		8/		9/		10/		11		12/		13		14/		15/	
--	---	--	---	--	----	--	---	--	----	--	---	--	----	--	----	--	-----	--	----	--	-----	--	----	--	-----	--	-----	--

On cherche ensuite le prochain nombre non rayé. C'est 5. On raye les multiples de 5. Etc. On peut continuer jusqu'à ce qu'on ait vu tous les nombres du tableau.

En fait, on peut montrer qu'on peut s'arrêter avant : il suffit d'avoir rayé tous les multiples des nombres premiers plus petits que n , et le résultat obtenu est le même. (dans notre exemple, $\sqrt{15} = 3$ - donc le dernier nombre à regarder est 3).

Question 12.2.1 version simple du crible

Ecrivez une fonction qui prend en paramètre le nombre n en entrée et qui renvoie le tableau du crible sous la forme d'un tableau de booléens où le booléen note si l'entier correspondant à un indice donné est rayé ou non. Notez que ce tableau commence à 0 au lieu de commencer à 2 comme dans la méthode présentée. Pour simplifier les choses, on vous propose d'ignorer tout simplement les deux premières cases du tableau. Par convention, 0 et 1 ne sont pas considérés comme des nombres premiers.

Notez également que la taille du tableau renvoyé dépend du paramètre n .

La fonction racine carrée en Java s'écrit `Math.sqrt()`. Elle prend un paramètre et rend un résultat de type `double`. Elle s'applique sans problème à un paramètre de type `int`.

Question 12.2.2 test de primalité

Ecrivez une fonction qui teste si un nombre est premier. Pour cela, utilisez un crible d'Erathostène et voyez si ce nombre est rayé ou non dans le tableau.

Question 12.2.3 crible, version sophistiquée

Ecrivez une fonction qui calcule tous les nombres premiers inférieurs à un certain paramètre n . Le résultat sera donné sous la forme d'un tableau d'entiers dont tous les éléments sont ledits nombres premiers. Le calcul est identique à celui de la question 1, mais la forme du résultat est différente.